Meccanica Razionale - 09.09.2019

Cognome e Nome ....

C. d. L.: .... Anno di Corso: 2 3 altro

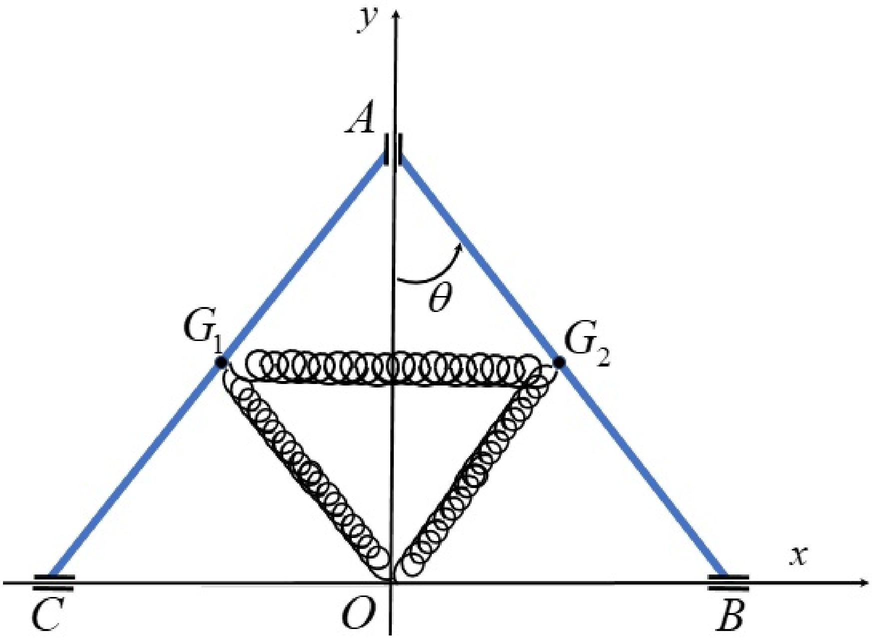
Matricola .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

Nel piano verticale Oxy si consideri un sistema materiale pesante costituito da due aste omogenee, AB e AC, entrambe di massa m e lunghezza 2ℓ. Le aste sono vincolate ad avere un estremo A in comune che scorre lungo l'asse delle y e gli altri due estremi B e C vincolati a scorrere sull'asse delle x. Oltre alla forza peso, sul sistema agiscono tre molle ideali, di uguale costante elastica $k = \frac{mg}{\ell}$, che collegano i baricentri delle aste tra loro ed i baricentri con l'origine O del sistema di riferimento. Introdotto il parametro lagrangiano $\theta = y^{-}\hat{A}B$ come in figura e considerando i vincoli lisci, si chiede



1. Determinare le coordinate dei punti A, B, C, G_1 e G_2 e l'espressione delle forze attive in funzione del parametro lagrangiano. [PUNTI 2]

$A-O=2\ell(0,\cos(\theta))$; $B-O=2\ell(\sin(\theta),0)$; $G_1-O=\ell(-\sin(\theta),\cos(\theta))$; $G_2-O=\ell(\sin(\theta),\cos(\theta))$; $C-O=2\ell(-\sin(\theta),0)$; $\vec{F}_{k,G_1-O}=-mg(-\sin(\theta),\cos(\theta))$; $\vec{F}_{k,G_2-O}=-mg(\sin(\theta),\cos(\theta))$; $\vec{F}_{k,G_2-G_1}=-2mg(\sin(\theta),0)$; $\vec{F}_{k,G_1-G_2}=-\vec{F}_{k,G_2-G_1}$; $\vec{F}_{P_1}=(0,-mg)$; $\vec{F}_{P_2}=(0,-mg)$.

2. Determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema. [PUNTI 4]

$U=-2mg\ell\left(\cos(\theta)+\sin(\theta)^2\right)+cost.$

3. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema. [PUNTI 4]

$\theta_1=0$; $\theta_2=\pi$, $\theta_3=\pi/3$, $\theta_4=5\pi/3$.

4. Determinare le reazioni vincolari esterne nelle configurazioni di equilibrio. [PUNTI 4]

$\vec{\phi}_A=\vec{0}\ \forall\theta_i$, $\quad\vec{\phi}_B=(0,2mg)$ per $\theta=\theta_1$, $\vec{\phi}_B=\vec{0}$ per $\theta=\theta_2$, $\vec{\phi}_B=(0,3mg/2)$ per $\theta=\theta_3$ e $\theta=\theta_4$, $\vec{\phi}_C=\vec{\phi}_B$.

5. Scrivere l'energia cinetica del sistema. [PUNTI 4]

$T=4/3m\ell^2\dot{\theta}^2$

6. Calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O. [PUNTI 4]

$\vec{K}_O=\vec{0}$.

7. Determinare la quantità di moto del sistema. [PUNTI 4]

$\vec{Q}=-2m\ell\dot{\theta}\sin(\theta)(0,1)$

8. Determinare un integrale primo del moto. [PUNTI 2]

$E = T - U = 4/3m\ell^2\dot{\theta}^2 + 2mg\ell\left(\cos(\theta) + \sin(\theta)^2\right)$

9. Scrivere la funzione lagrangiana e trovare l'equazione differenziale del moto. [PUNTI 4]

$\mathcal{L} = T + U$
$\ddot{\theta} = \frac{3}{4}\frac{g}{\ell}\sin(\theta)(1 - 2\cos(\theta))$